Mini-projet Matlab

Réatterrisage d'un lanceur orbital

2 février 2016

Consignes générales : Les réponses aux questions théoriques sont à rendre en version papier ou électronique avant le 8 mars à 12h00. Pour chaque section, on rendra systématiquement une planche simulink contenant uniquement un bloc contrôleur, prenant en entrée les sorties mesurées et retournant la commande. Tous les graphiques, toutes les planches simulinks supplémentaires, tous les commentaires sont les bienvenus. Les fichiers sont à envoyer à l'adresse suivante : `florent.di_meglio@mines-paristech.fr` *avant le 8 mars à 12h00.*

1 Lanceur orbital

On s'intéresse au réatterrissage d'un lanceur servant à mettre en orbite des satellites, similaire au Falcon 9 de SpaceX. Un tel lanceur est représenté schématiquement en Figure 1.

Le lanceur doit délivrer des satellittes en orbite, puis revenir sur terre et atterrir sur une plateforme. La forme de la trajectoire est décrite sur la Figure 2. Les états et paramètres sont résumés dans le Tableau 1. Les équations de la

Symbole	**Unité**	**Description**
z	m	Altitude du centre de masse
V_z	m.s^{-1}	Vitesse verticale du centre de masse
x	m	Position "latérale" du centre de masse
V_x	m.s^{-1}	Vitesse latérale du centre de masse
V	m.s^{-1}	Vitesse (norme) du centre de masse
θ	rad	Inclinaison du lanceur
T	N	Poussée des moteurs
β	rad	Angle de poussée
ρ	kg.m^{-3}	Densité de l'air
S	m^2	Surface apparente du lanceur
C_D	–	Coefficient de traînée
H	m	Hauteur du premier étage
g_0	m.s^{-2}	Constante gravitationelle
I_{sp}	s	Impulsion spécifique

Table 1 – Liste des états et paramètres.

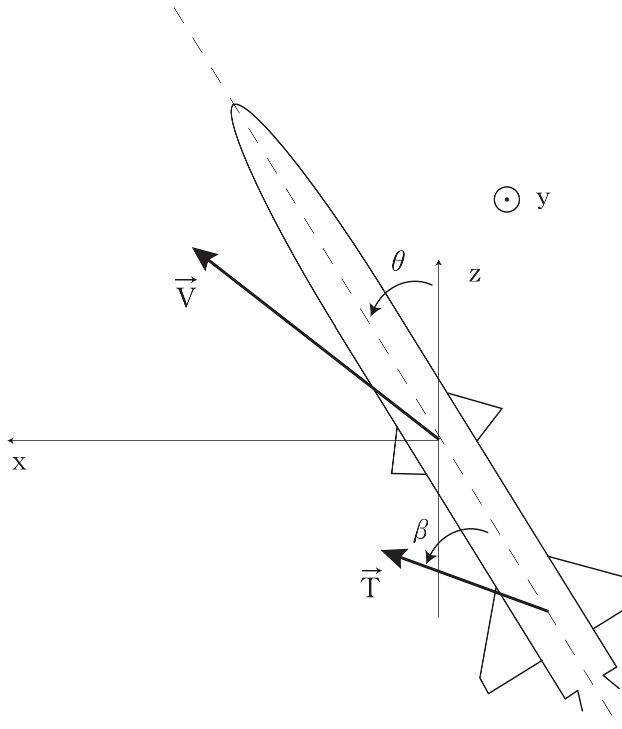

Figure 1 – Vue schématique du lanceur. Les angles ont été exagérés pour des raisons de clarté.

dynamique s'écrivent

$$\dot{z} = V_z \tag{1}$$

$$m\dot{V}_z = T\cos(\theta+\beta) - mg - \frac{1}{2}\rho S V V_z C_D \tag{2}$$

$$\dot{x} = V_x \tag{3}$$

$$m\dot{V}_x = T\sin(\theta+\beta) - \frac{1}{2}\rho S V V_x C_D \tag{4}$$

$$J\ddot{\theta} = T\frac{H}{2}\sin\beta \tag{5}$$

$$\dot{m} = -\frac{T}{g_0 Isp} \tag{6}$$

On a, de plus, les relations suivantes

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}, \qquad S = \frac{\pi D^2}{4}, \qquad J(m(t)) = \frac{m(t)H^2}{12} \tag{7}$$

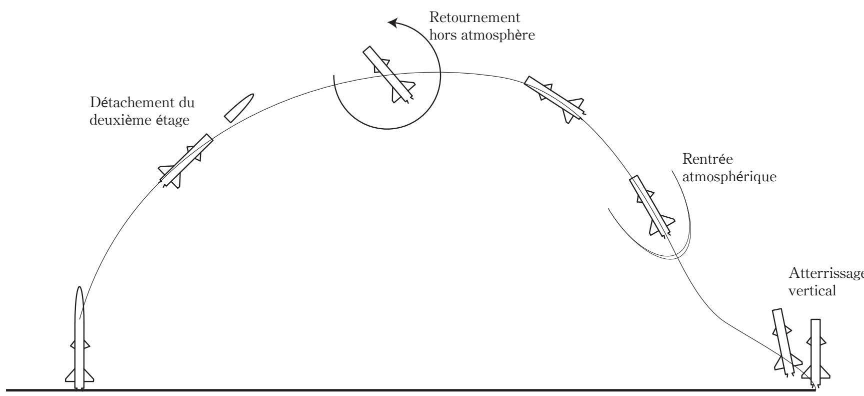

FIGURE 2 – Trajectoire du lanceur

Par ailleurs, en pratique, la gravité et la densité de l'air dépendent de l'altitude

$$\begin{cases} g & = g(z) \\ g_0 & = g(0) \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho & = \rho(z) \\ \rho_0 & = \rho(0) \end{cases} \tag{8}$$

De plus, on a les contraintes suivantes

$$0 \leq T(t) \leq T_{\max}, \qquad |\beta(t)| \leq \beta_{\max}, \qquad m(t) \geq \frac{m_0}{2} \tag{9}$$

Pour les applications numériques, on utilisera les valeurs suivantes

$$C_D = 0,35, \quad D = 3,6 \text{ m}, \quad H = 70 \text{ m}, \quad I_{sp} = 300 \text{ s},$$
$$g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}, \quad \rho_0 = 1,29 \text{ kg.m}^{-3}, \quad m_0 = 50 \times 10^3 \text{ kg}, \quad \beta_{\max} = 15^o$$

2 Rentrée atmosphérique

On s'intéresse d'abord à la rentrée dans l'atmosphère. Les équations de la dynamique s'écrivent alors

$$m_0 \dot{V}_z = T \cos(\theta + \beta) - m_0 g - \frac{1}{2} \rho_0 S V V_z C_D \tag{10}$$

$$m_0 \dot{V}_x = T \sin(\theta + \beta) - \frac{1}{2} \rho_0 S V V_x C_D \tag{11}$$

$$J(m_0) \ddot{\theta} = T \frac{H}{2} \sin \beta \tag{12}$$

On fixe alors la valeur de la poussée à une constante

$$T(t) = T_{\max}/2 \tag{13}$$

avec

$$T_{\max} = 50 \times 10^4 \mathrm{N} \tag{14}$$

et on laisse les frottements ralentir (et chauffer !) le lanceur.

Question 1 Détailler et justifier les approximations qui ont été faites.

Question 2 On considère une trajectoire correspondant à

$$\theta(t) = \bar{\theta} = 10^o \tag{15}$$

Donner les expressions analytiques correspondantes de $\bar{V}$,$\bar{V}_x$, $\bar{V}_z$, $\bar{\beta}$?

Question 3 Linéariser le système autour d'une telle trajectoire. Etudier la stabilité.

Question 4 Proposer une commande permettant de stabiliser la trajectoire.

Question 5 On souhaite garantir un temps de convergence à 5% de l'inclinaison de τ secondes.

Question 6 Evaluer numériquement les marges de robustesse de votre contrôleur, en considérant θ comme la sortie.

Question 7 En raison du réchauffement dû aux frottements de l'air, le magnétomètre et le gyroscope sont peu fiables pendant cette phase. Le système nonlinéaire est-il observable avec les seules mesures de V_x, V_z ?

Question 8 Implémenter un filtre de Kalman stationnaire sur le linéarisé permettant d'estimer les états et de filtrer le bruit.

Question 9 Implémenter l'observateur-contrôleur sur le modèle `rentree.mdl`.

Question 10 Reprendre les questions 2 à 5 avec $\bar{\theta} = 10^o$ et $\bar{\theta} = 0^o$.

3 Retournement hors atmosphère

On s'intéresse maintenant à la phase de retournement hors atmosphère. On ne s'intéresse alors qu'à la rotation

$$J(m_0)\ddot{\theta} = U(t) \tag{16}$$

Avec $U(t) = T\frac{H}{2}\sin\beta$. Et la poussée maximale est

$$T_{\max} = 50 \times 10^4 \mathrm{N} \tag{17}$$

Question 1 Détailler et jsutifier les approximations qui ont été faites.

Question 2 Proposer et implémenter une loi de commande boucle ouverte $U(t)$ qui permette de passer de $\theta = -\pi/4$ à $\theta = \pi/4$ en τ secondes en minimisant la consommation de carburant. On formulera, puis résoudra un problème de commande optimale aux deux bouts.

Question 3 Comment manipuler T et β pour réaliser cette commande en consommant le moins de carburant possible ?

Question 4 La commande obtenue satisfait-elle les contraintes de poussée ? Sur quel paramètre du problème de commande optimale peut-on jouer pour mieux régler le contrôleur ?

Question 5 Implémenter une solution qui respecte les contraintes sur le modèle `retournement.mdl`.

Question 6 Qu'observe-t-on ? Proposer une solution.

4 Atterrissage vertical

Pour l'atterrissage, on est désormais obligé de considérer le modèle dynamique complet (1)–(6), avec toutefois

$$g(z) = g_0, \qquad \rho(z) = \rho_0 \tag{18}$$

On considère la trajectoire de référence correspondant à une poussée constante

$$\bar{T} = 9T_{\max}/10, \qquad \text{avec} \qquad T_{\max} = 450 \times 10^4 \text{N} \tag{19}$$

Question 1 A quelle altitude faut-il commencer à pousser pour arriver à vitesse nulle ?

Question 2 Linéariser le système autour d'une trajectoire verticale.

Question 3 Proposer une stratégie de contrôle pour arriver au sol à une position latérale donnée x_F.

Question 4 Calculer la réponse à un échelon en altitude de votre contrôleur et caractériser les performances.

Question 5 Implémenter le contrôleur sur le modèle `atterrissage.mdl`.